

Esercizio n.24 pag.534

giovedì 20 maggio 2021 19:24

- 24 a. Determina il luogo γ dei punti del piano equidistanti dalla retta $r: x-2=0$ e dal punto $F(4;2)$.
 b. Riconosci e rappresenta il luogo ottenuto e indica con A la sua intersezione con l'asse delle ascisse.
 c. Calcola le coordinate del punto B simmetrico di A rispetto all'asse di simmetria di γ .
 d. Scrivi l'equazione della circonferenza avente un diametro di estremi A e B .
 e. Calcola infine l'area della parte di piano delimitata da γ e dalla semicirconferenza situata nel semipiano $x-4 \leq 0$.

[a) $x = \frac{1}{4}y^2 - y + 4$; b) $A(4;0)$; c) $B(4;4)$; d) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$; e) $2\pi - \frac{8}{3}$]

SYRTICO MATH



ES. 24

a) $P(x;y) \quad d(P,r) = \overline{PF}$

$$d(P,r) = \frac{|x-2|}{\sqrt{1}} = |x-2|$$

$$PF = \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$$

$$|x-2| = \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$$

$$(x-2)^2 = (x-4)^2 + (y-2)^2$$

$$\cancel{x^2 - 4x + 4} = \cancel{x^2 - 8x + 16} + y^2 - 4y + 4$$

$$4x = y^2 - 4y + 16$$

$$x = \frac{1}{4}y^2 - y + 4 \quad \text{PARABOLA}$$

asse // x

b) $A: \begin{cases} x = \frac{1}{4}y^2 - y + 4 \\ y = 0 \end{cases} \quad A(4;0)$

c) $B: \quad \text{asse simm.} \quad y = -\frac{b}{2a} = \frac{+1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 2$

$$B(4;4)$$

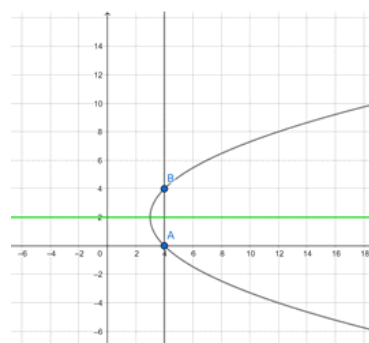
Analizziamo il testo: il luogo geometrico dei punti equidistanti da una retta e da un punto è la parabola. Per trovare il luogo geometrico consideriamo il generico punto $P(x,y)$: la distanza di P da $r(x-2=0)$ e di P da F deve essere uguale (equidistante)

Abbiamo trovato l'equazione della parabola del tipo $x = ay^2 + by + c$

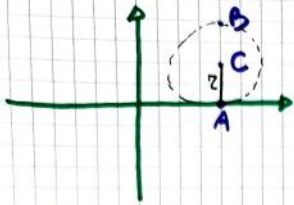
L'asse di simmetria è parallelo all'asse x : $y = -\frac{b}{2a}$

Il Vertice è: $V(-\frac{\Delta}{4a}; -\frac{b}{2a})$

$V(3;2)$



d) $A(4;0)$ $B(4;4)$



C punto Medio Segmento AB

Punto medio di AB $(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2})$

$C(x_m; y_m)$

$$x_m = \frac{4+4}{2} = 4$$

$$y_m = \frac{0+4}{2} = 2$$

$C(4;2)$

raggio = $\overline{CA} = 2$

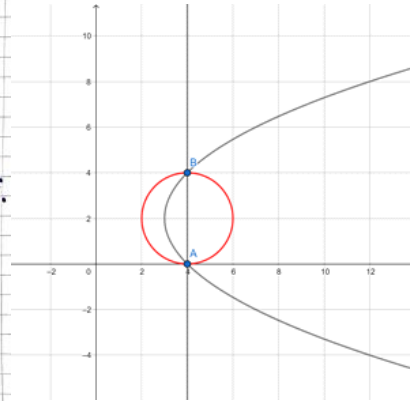
$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2 \quad \text{eq. CIRCONF.}$$

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$$

Il centro della circonferenza è il punto medio del diametro AB

Il raggio è dato dalla distanza CA (centro dal punto A)
Per trovare l'equazione della circonferenza abbiamo bisogno del centro e del raggio: $(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2$



L'area richiesta è racchiusa tra la circonferenza e la parabola a sinistra del segmento AB.

e) $A_{\text{rea}} = A(\text{SEMICIRCONF.}) - A(\text{SEG. PARABOL.})$

$$A_{\text{cerchio}} = \pi r^2 = 4\pi \quad A_{\text{SEMICIRCONF.}} = 2\pi$$

L'area è data dalla differenza tra la semicirconferenza e l'area della regione compresa tra la parabola e il segmento AB. Si tratta del segmento parabolico la cui area è data dalla formula:

$$A_{\text{SEG. parabolico}} = \frac{1}{6} |a| (y_B - y_A)^3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} (4-0)^3 =$$

$$A = \frac{1}{6} \cdot a \cdot (y_B - y_A)^3$$

a è il coefficiente di y^2 dell'equazione della parabola $x = ay^2 + by + c$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot 4^3 = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$A_{\text{TOT}} = 2\pi - \frac{8}{3}$$

y_B e y_A le ordinate degli estremi A e B tra i quali è compreso il segmento parabolico

SYRTICO MATH

