Iperbole - es n.32 pag 520

venerdì 23 aprile 2021 16:19

32 Data l'equazione $\frac{2x^2}{k-4} - \frac{3y^2}{k+1} = 1$, determina per quale valore di k rappresenta un'iperbole equilatera.

Determina le coordinate del punto P, del primo quadrante, appartenente all'iperbole e tale che, detti F_1 e F i fuochi, l'area del triangolo F_1PF vale 10. $[k = 14; P(\sqrt{15}; \sqrt{10})]$

L'equazione dell'iperbole equilatera richiesta è del tipo $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ *nella quale* $a = b$ *e quindi* $x^2 - y^2 = a^2$

Quindi poniamo i coefficienti $a^2 = b^2$ *affinchè l'iperbole sia equilatera.*

$$\frac{2x^2}{K-4} - \frac{3y^2}{K+1} = 1$$

$$a^2 = b^2$$

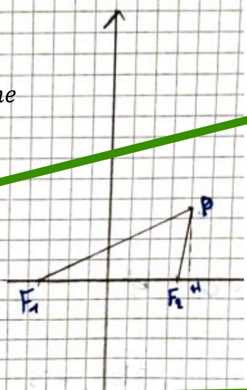
$$\frac{K-4}{2} = \frac{K+1}{3}$$

$$3K - 12 = 2K + 2$$

$$K = 14$$

Sostituiamo il valore di k trovato nell'equazione di partenza e otteniamo :

$$\boxed{\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{5} = 1}$$



Troviamo i fuochi c dell'iperbole :

$c^2 = a^2 + b^2$ **pertanto** $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5+5}$

$F_1(-\sqrt{10}; 0) \quad F_2(\sqrt{10}; 0)$

$F_1F_2 = 2\sqrt{10}$

$A = 10$

$$PH = \frac{2A}{F_1F_2} = \frac{\cancel{20}^{10}}{\cancel{2}\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

Calcoliamo l'altezza PH del triangolo PF_1F_2 :
A= $(F_1F_2 * PH)/2$ da questa relazione PH=$\sqrt{10}$

$P(x; \sqrt{10})$

$$\frac{x^2}{5} - \frac{10}{5} = 1 \qquad x^2 = 15 \qquad P(\sqrt{15}; \sqrt{10})$$

Poiche P appartiene all'iperbole, possiamo ricavare l'ascissa x sostituendo l'ordinata $\sqrt{10}$ al posto della y.

P appartiene al primo quadrante quindi l'ascissa è positiva (si scarta x=- $\sqrt{15}$)