

Esercizi n.206-208

martedì 2 marzo 2021 18:52

$$\text{206} \quad 3^x - 3^{-1} = 3(2 \cdot 3^{-x} + 8 \cdot 3^{-1}) \quad [2]$$

$$\text{207} \quad \frac{4}{2^x - 1} + \frac{3}{2^x + 1} = 5 \quad [1]$$

$$\text{208} \quad \frac{2 \cdot (3^x + 1)}{3^x} = \frac{3 \cdot (3^x + 1)}{2 \cdot 3^x + 1} \quad [\text{impossibile}]$$

ESERCIZIO n.206

$$3^x - \frac{1}{3} = 6 \frac{1}{3^x} + 24 \cdot \frac{1}{3}$$

Moltiplichiamo ogni membro per $3 \cdot 3^x$ (m.c.m)

$$3 \cdot 3^{2x} - 3^x = 18 + 24 \cdot 3^x$$

$$3 \cdot 3^{2x} - 25 \cdot 3^x - 18 = 0$$

$$3^x = y$$

$$3y^2 - 25y - 18 = 0$$

$$y = \frac{25 \pm \sqrt{625 + 216}}{6}$$

$$= \frac{25 \pm 29}{6} \quad y_1 = -\frac{4}{6} \quad n.a.$$
$$y_2 = \frac{54}{6} = 9$$

La soluzione y_1 è negativa e pertanto non accettabile.

$$3^x = 9 = 3^2 \quad x = 2$$

ESERCIZIO n.207

$$\frac{4}{2^x - 1} + \frac{3}{2^x + 1} = 5$$

A destra calcoliamo il Campo di Esistenza.
Il m.c.m. è

$$(2^x - 1)(2^x + 1)$$

si ottiene:

$$4(2^x + 1) + 3(2^x - 1) = 5(2^{2x} - 1)$$

C.E.

$$1. \quad 2^x - 1 \neq 0$$

$$2^x \neq 1 = 2^0$$

$$x \neq 0$$

$$2. \quad 2^x + 1 \neq 0$$

non si annulla mai perché esponenziale non è mai negativo.

$$2^x \neq -1 \text{ sempre}$$

$$\forall x$$

si ottiene:

$$4(2^x + 1) + 3(2^x - 1) = 5(2^{2x} - 1)$$

$$4 \cdot 2^x + 4 + 3 \cdot 2^x - 3 - 5 \cdot 2^{2x} + 5 = 0$$

$$5 \cdot 2^{2x} - 7 \cdot 2^x - 6 = 0 \quad (\text{multiplic. } -1)$$

$$2^x = y$$

$$5y^2 - 7y - 6 = 0$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{10} = \frac{7 \pm 13}{10}$$

$$y_1 = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} < 0 \text{ non accettab.}$$

$$y_2 = \frac{20}{10} = 2$$

$$2^x = 2$$

$$\mathbf{x=1}$$

e mai negativo.

$$2^x \neq -1 \text{ sempre}$$

$$\forall x$$

ESERCIZIO n.208

Vedi testo sopra.

C.E.

Il m.c.m. è

$$2 \cdot 3^x \cdot (3^x + 1)$$

$$\begin{aligned} 3^x &\neq 0 & \forall x \\ 3^x + 1 &\neq 0 & \forall x \end{aligned}$$

L'equazione nel testo diventa

$$4(3^x + 1)^2 = 3 \cdot 3^x(3^x + 1)$$

$$4(3^{2x} + 2 \cdot 3^x + 1) = 3 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^x$$

$$4 \cdot 3^{2x} + 8 \cdot 3^x + 4 - 3 \cdot 3^{2x} - 3 \cdot 3^x = 0$$

$$3^{2x} + 5 \cdot 3^x + 4 = 0$$

poniamo $3^x = y$

$$y^2 + 5y + 4 = 0$$

$$y = -\frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$y_1 = -4$ soluzione negativa non accettabile perchè esponenz. è sempre > 0

$y_2 = -1$ soluzione negativa non accettabile

IMPOSSIBILE