

## ELLISSE - tangenti da un punto esterno

**149** Conduci da  $P\left(6; -\frac{3}{2}\right)$  le tangenti all'ellisse di equazione  $x^2 + 4y^2 = 9$ .

L'equazione dell'ellisse può essere riscritta in forma canonica per poter disegnare la curva dividendo tutto per 9:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{4y^2}{9} = 1$$

di pertanto  $a^2 = 9$  e  $b^2 = 9/4$

$$a=3 \text{ e } b=3/2$$

I vertici dell'ellisse sono  $(3;0)$   $(-3;0)$   $(0;3/2)$   $(0;-3/2)$

**NOTA:** Le tangenti da trovare sono condotte da un punto esterno  $P$  che ha la stessa ordinata di uno dei vertici dell'ellisse. Ciò significa che una delle tangenti sarà una retta parallela all'asse  $x$  (guarda grafico in alto) :  $y=-3/2$   
Vice versa : se il punto  $P$  avesse avuto l'ascissa uguale ad uno dei vertici dell'ellisse (3 oppure -3), allora una delle tangenti sarebbe risultata una retta parallela all'asse  $y$  e passante per l'ascissa del punto  $P$  :  $x=3$  oppure  $x=-3$   
Verifichiamo attraverso i calcoli che una delle tangenti è  $y = -3/2$  ossia  $m=0$  nella retta generica  $y=m(x-x_0)+y_0$

Si scrive il fascio di rette passante per  $P$  e coefficiente angolare  $m$

$$y-y_0 = m(x-x_0) \quad \text{dove } P(x_0; y_0)$$

$$\text{Quindi } y+3/2 = m(x-6)$$

Scriviamo il sistema tra l'ellisse e la retta generica passante per  $P$

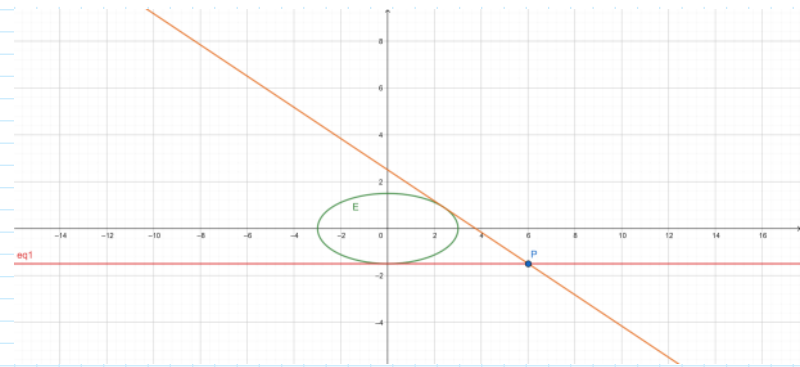
E si pone il delta zero,  $\Delta=0$  dell'equazione di 2° grado risolvendo il sistema

**NOTA - Condizione di tangenza :**

$$\Delta = 0$$

In una equazione se il delta è nullo le soluzioni sono coincidenti, quindi si ottiene una sola soluzione. Ellisse e retta sono tangenti se vi è un solo punto di contatto (1 soluzione che soddisfa il sistema tra ellisse e retta)

**VEDI SVOLGIMENTO SOTTO**



$$P(6, -\frac{3}{2})$$

$$x^2 + 4y^2 = 9$$

$$y + \frac{3}{2} = m(x - 6)$$

$$y = mx - 6m - \frac{3}{2}$$

$$x^2 + 4y^2 = 9$$

$$x^2 + 4(mx - 6m - \frac{3}{2})^2 = 9$$

$$x^2 + 4(m^2x^2 + 36m^2 + \frac{9}{4} - 12mx)$$

$$x^2 + 4m^2x^2 + 144m^2 + 9 - 48m^2x - 12mx + 72m - 9 = 0$$

$$(1 + 4m^2)x^2 - 12m(4m + 1)x + 144m^2 + 72m = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 0 \rightarrow 36m^2(4m + 1)^2 - (1 + 4m^2)(144m^2 + 72m) = 0$$

$$36m^2(16m^2 + 8m + 1) - 144m^2 - 72m - 576m^4 - 288m^3 = 0$$

$$576m^4 + 36m^2 + 288m^3 - 144m^2 - 72m - 576m^4 - 288m^3 = 0$$

$$+ 108m^2 + 72m = 0$$

$$3m^2 + 2m = 0$$

$$m_1 = 0$$

$$m_2 = -\frac{2}{3}$$

$$m_1: y = -\frac{3}{2}$$

$$m_2: y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{2}$$